

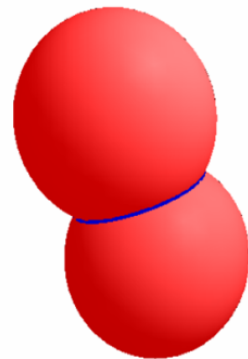
# Geometric Algebra Computing

17.04.2019



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

**Dr.-Ing. Dietmar Hildenbrand**  
Technische Universität Darmstadt



Kugel  $S_1$   
**Kreis** =  $S_1 \wedge S_2$   
Kugel  $S_2$

---

# Dietmar Hildenbrand



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

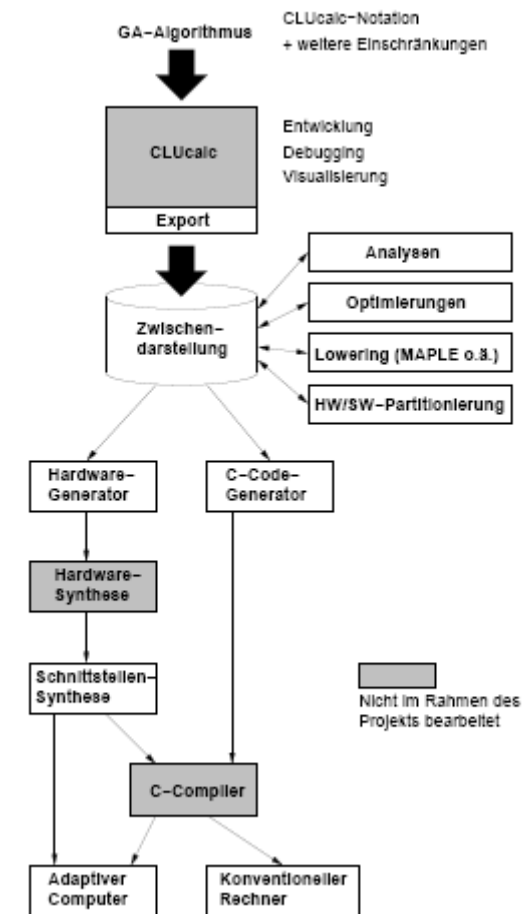
- 
- Diplom in Informatik an TH Darmstadt
  - Positionen in der Industrie
  - Promotion an der TU Darmstadt „ Geometric Algebra Computing in Computer Graphics and Robotics“
  - DFG-Forschungsprojekt im Bereich der performanten Compilierung von Geometrische Algebra Algorithmen in Hardware
  - Professor für Technologie-Entwicklung an der SRH Fernhochschule
  - Buch „Foundations of Geometric Algebra Computing“
  - Buch „Introduction to Geometric Algebra Computing“
  - [dietmar.hildenbrand@gmail.com](mailto:dietmar.hildenbrand@gmail.com)
  - Homepage <http://www.gaalop.de>

# DFG-Projekt



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- „Beschleunigte Auswertung von Algorithmen in geometrischer Algebra durch automatische Compilierung in rekonfigurierbare Recheneinheiten“
- Zusammenarbeit mit Arbeitsgruppe von Prof. Koch
- **Schwerpunkte**
  - Geometrische Algebra
    - Identifikation geeigneter Anwendungen
    - Compiler-Technologie
  - Auf geometrische Algebra – Algorithmen optimierte automatische FPGA-Programmierung



# Vorstellungsrunde



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Name?
- Studiengang/Studienrichtung
- besondere persönliche Interessen?
- Programmiersprachen?
- Erwartung an Vorlesung?

---

# Überblick



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

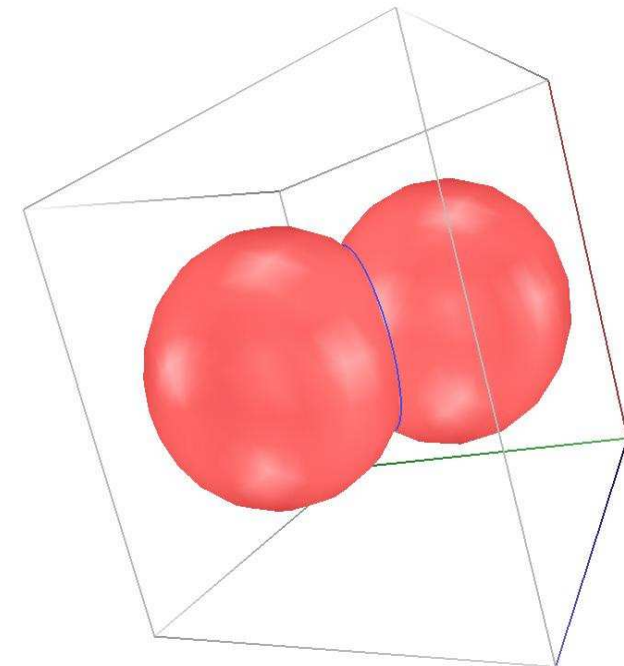
- 
- Was ist „GA Computing“?
  - Struktur der Vorlesung/Übung
  - Organisatorisches

# Beispiel für Geometrische Algebra



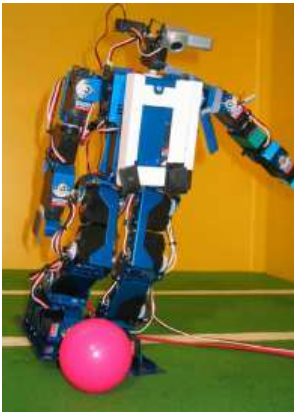
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- $a, b$  sind Kugeln, mit denen man direkt rechnen kann
- $a \wedge b$ 
  - beschreibt den Schnitt von  $a$  und  $b$
  - repräsentiert einen Kreis

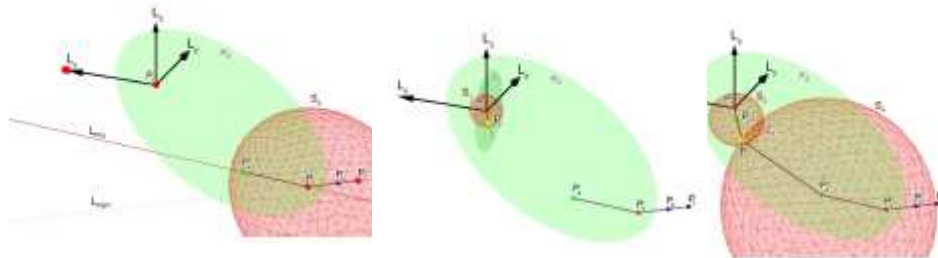


# Was ist geometrische Algebra?

Bewegung eines Roboters



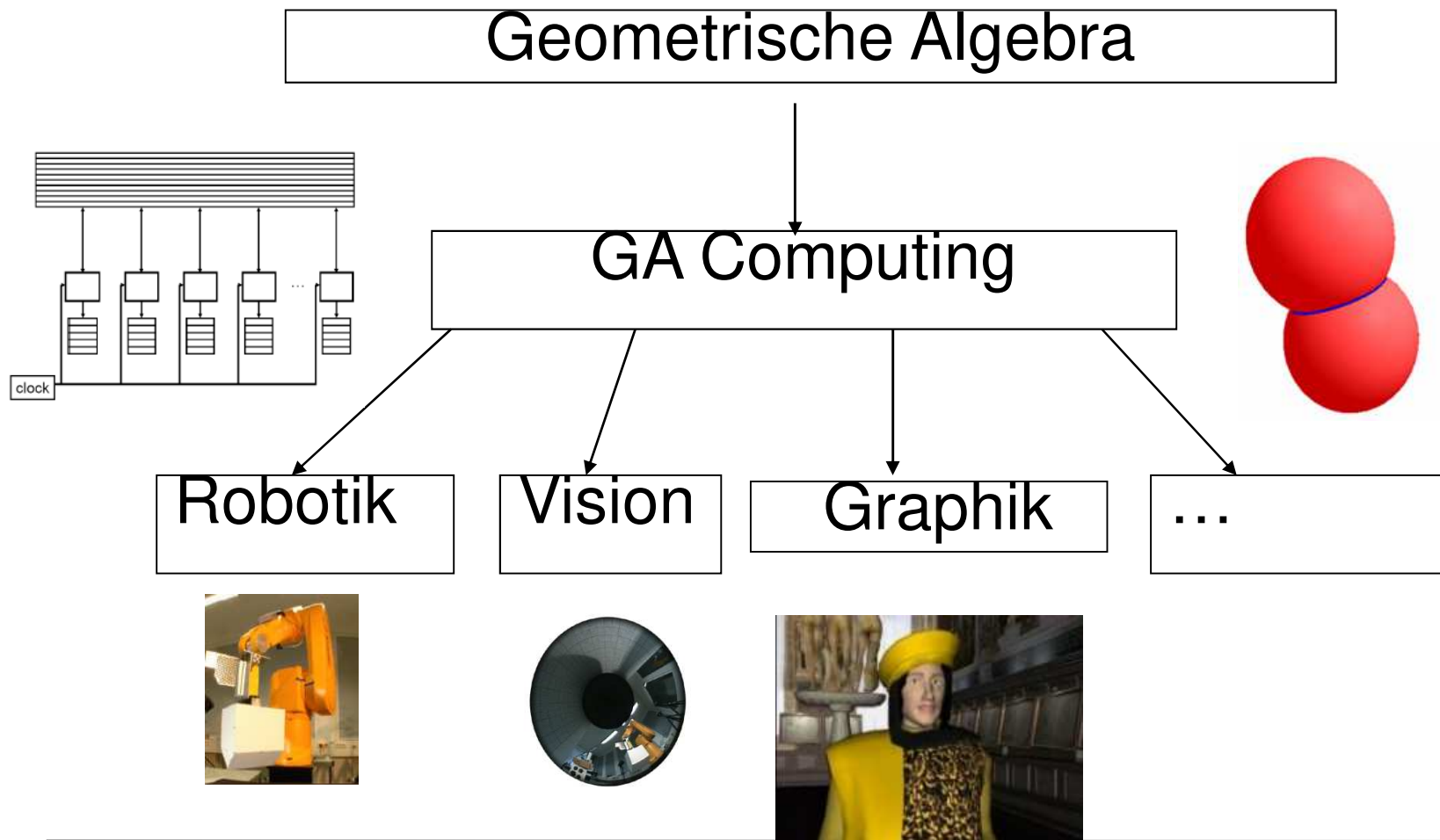
Geometrisch intuitiver Algorithmus in geometrischer Algebra:



# Was ist "GA Computing"?



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



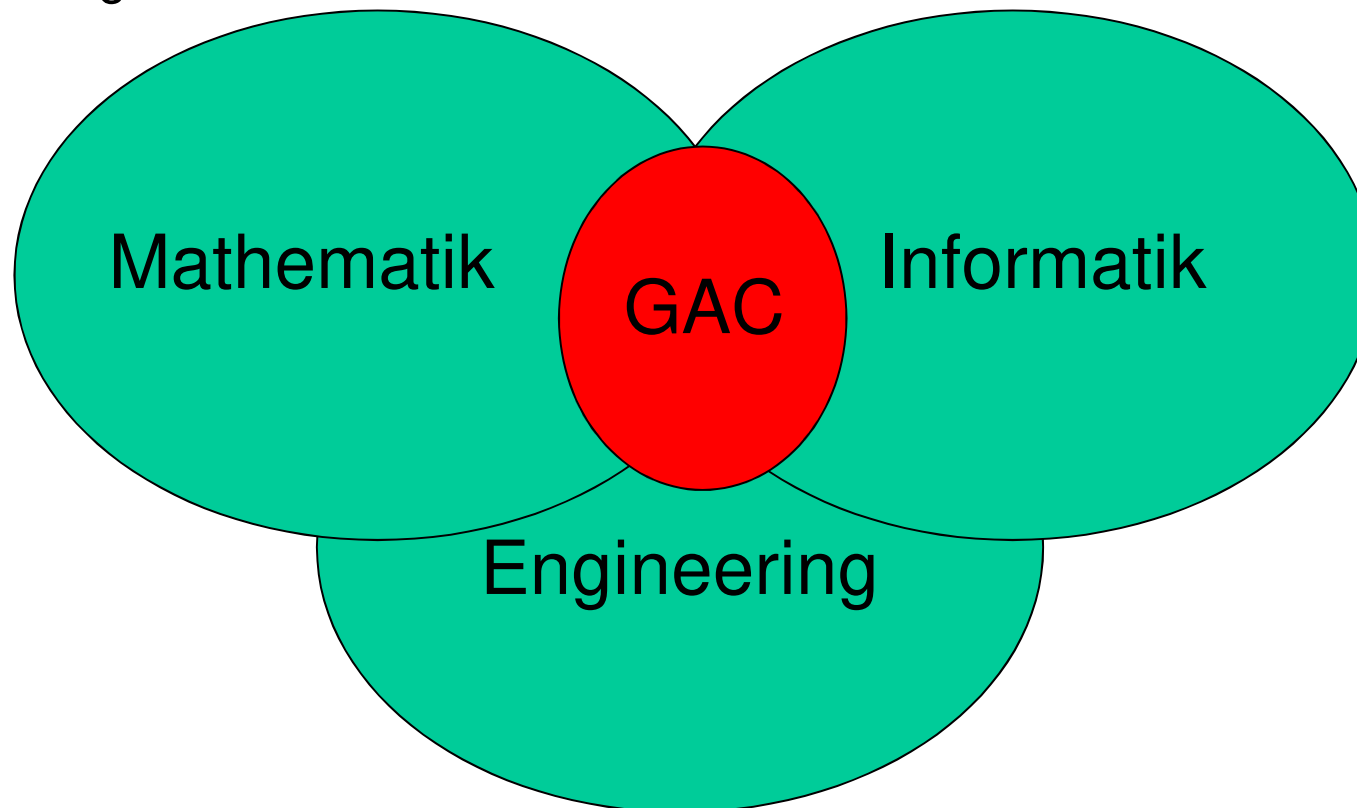


# Was ist “GA Computing”?



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Technologie an der Schnittstelle zwischen Mathematik, Informatik und Engineering

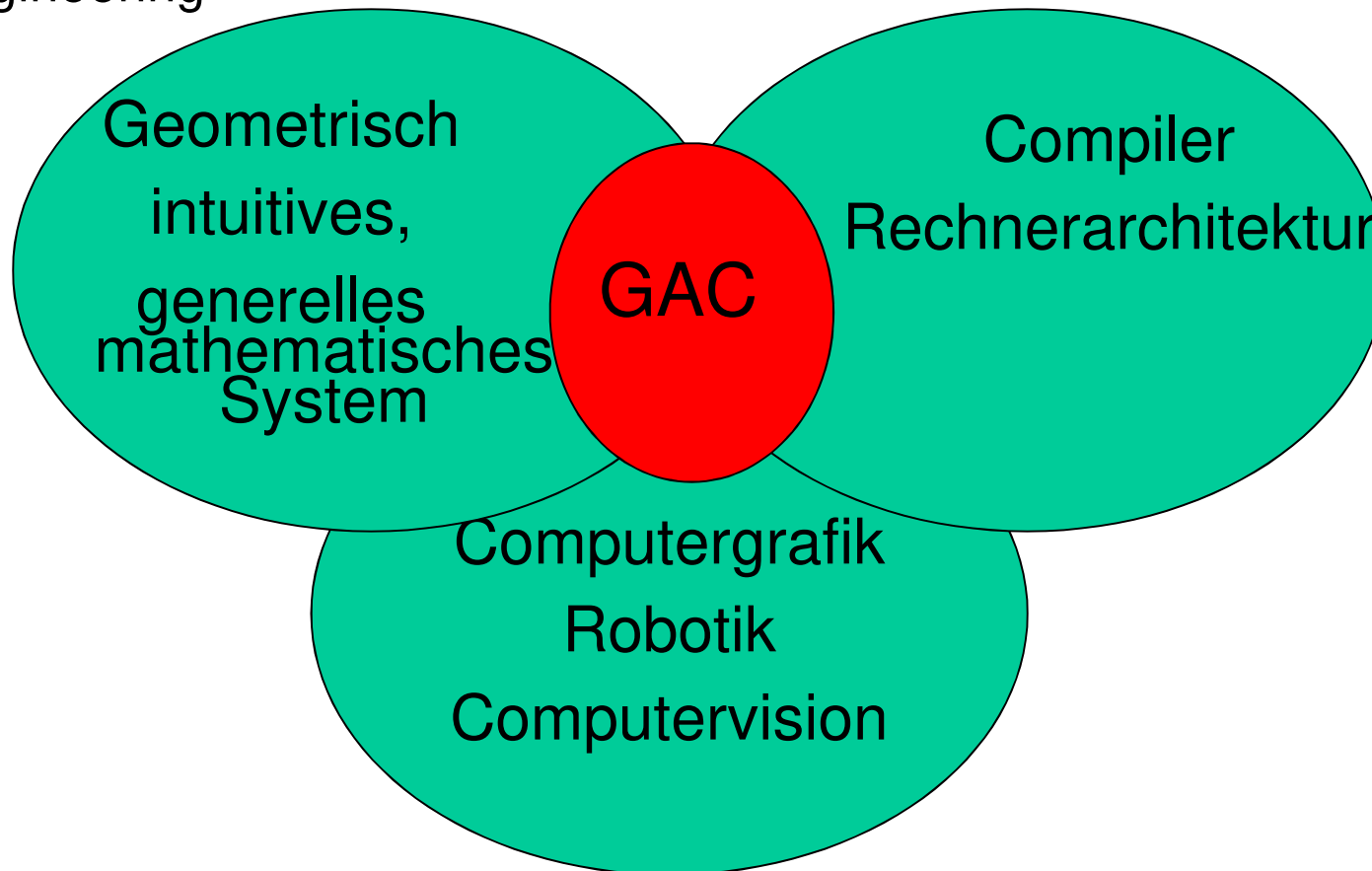


# Was ist “GA Computing”?



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

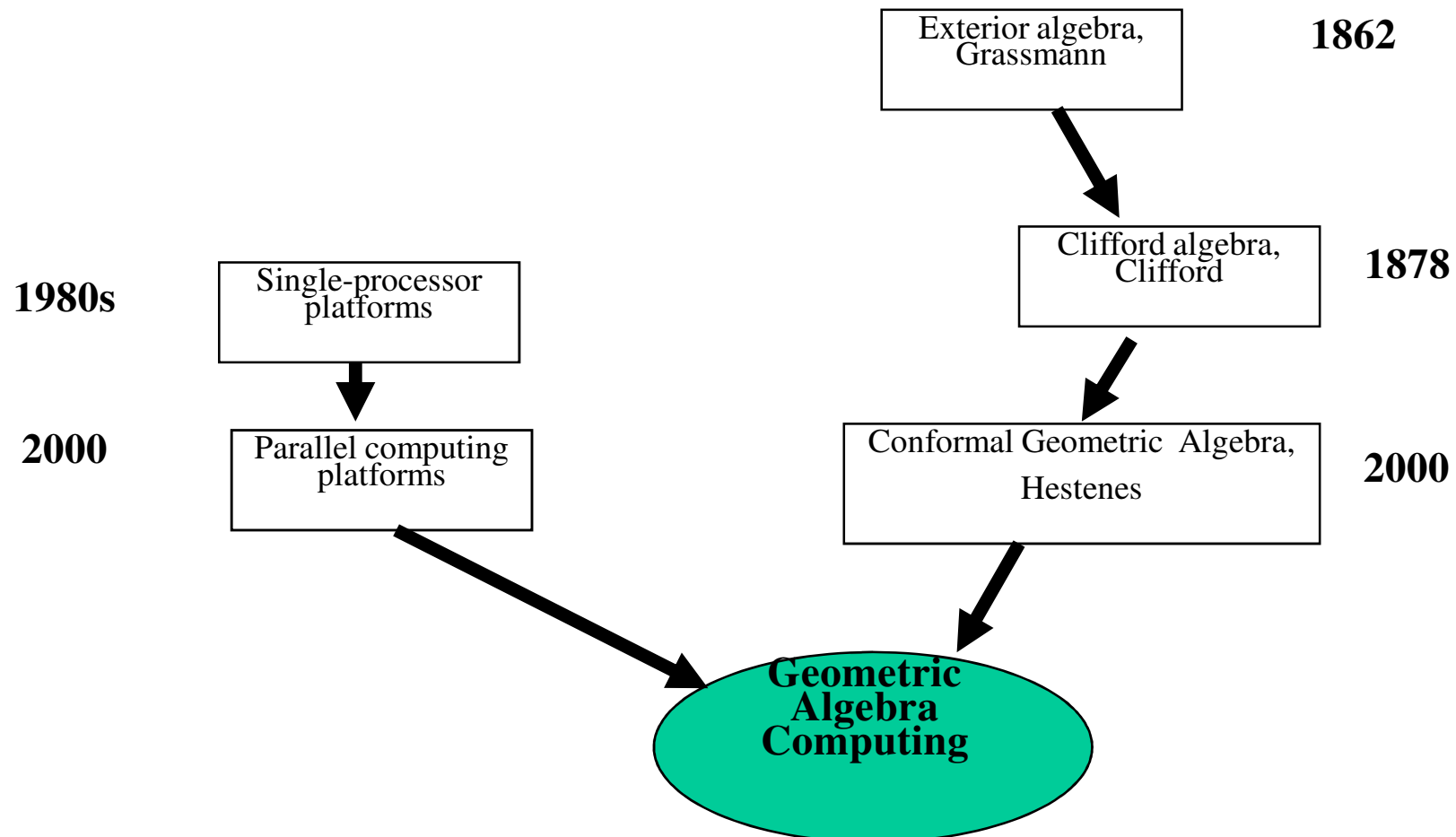
- Technologie an der Schnittstelle zwischen Mathematik, Informatik und Engineering



# Geometric Algebra Computing



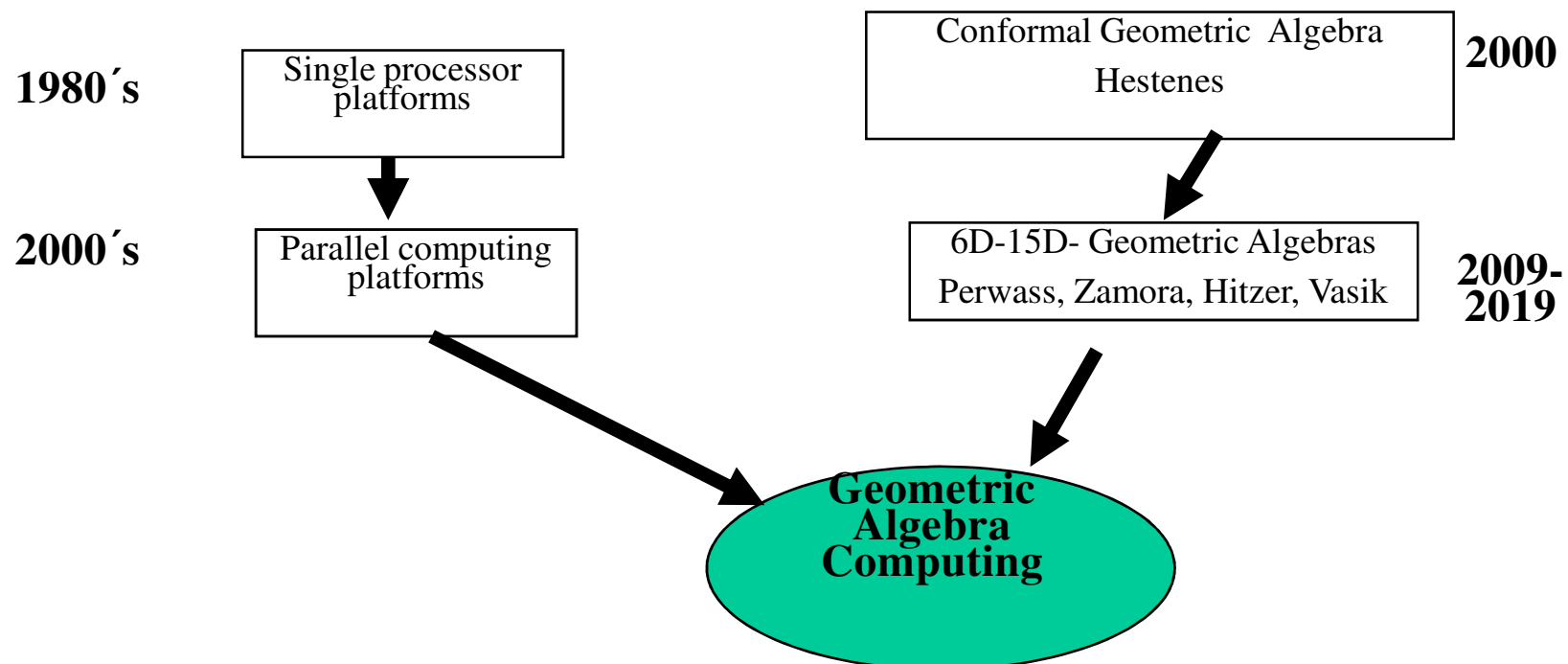
TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



# Geometric Algebra Computing (neueste Entwicklung)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



# Eigenschaften GAC



- Einfache, geometrisch intuitive, visuelle Entwicklung von Algorithmen für alle Bereiche des Engineering
- Kompakte Beschreibung
- Robuste Implementierung
- **Ein** mathematisches System (wo es bisher sehr viele unterschiedliche gibt) und damit
  - Einfacheres Erlernen
  - Kein Übersetzen zwischen verschiedenen Systemen
  - ...
- Performante Implementierung in verschiedensten Programmiersprachen
- Profitieren von neuen parallelen Rechner-Architekturen
- Potenzial, zukünftige Rechner-Architekturen zu beeinflussen
- Prinzipiell schon in der Schule erlernbar

---

# Zusammenfassung: Was ist “GA Computing”?



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- 
- Neues Forschungsgebiet
  - Vereinfacht viele Aufgabenstellungen im Engineering
  - Schnelle Umsetzung von Ideen
  
  - Passt gut zu neuen parallelen Rechnerarchitekturen
  
  - Für Studenten interessant:
    - Fast unbegrenzte Anzahl von Themen/Anwendungsgebieten
    - Schnell an der Spitze der aktuellen Forschung

---

# Tools für Geometrische Algebra



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- 
- CLUCalc
  - GAALOP

# Geometric Algebra Computing



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- IV (in etwa V2/Ü2)
- 6 credit points
- Mittwochs 13.30 – 17.00
- S1/15 Raum 021
- Voraussetzungen
  - Fächer wie HCS für Üb.
  - 1 Programmiersprache
  - ...
- Vorlesungs-Homepage

<http://www.gaalop.de>





# Vorlesungsstoff



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

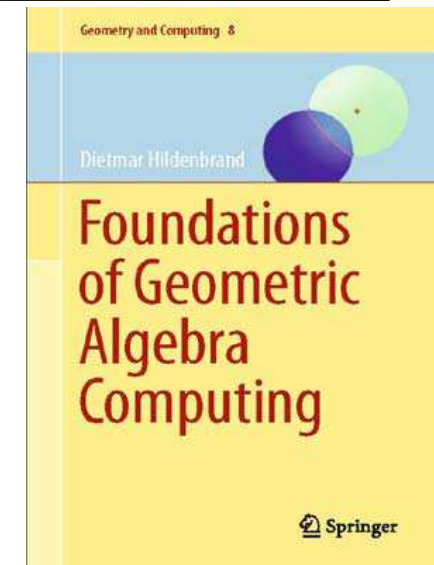
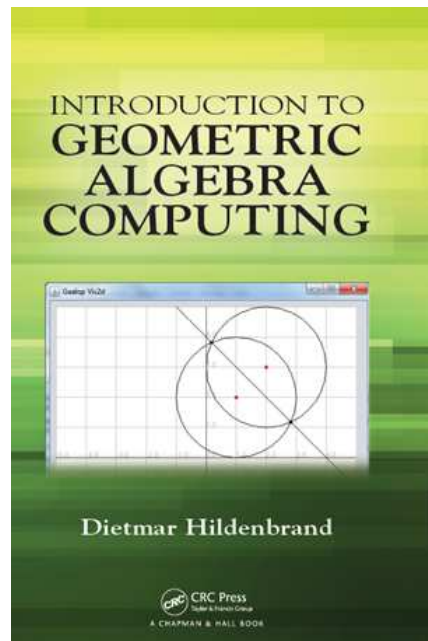
- Umgang mit Geometrischer Algebra
  - Visuell Entwickeln mit GAALOP/CLUCalc
  - Performant implementieren mit GAALOP (Geometric algebra algorithms optimizer)
- Mathematische Grundlagen
  - Die Produkte der Geometrischen Algebra
  - Geometrische Objekte / Operationen / Transformationen
  - Bezüge zu anderen mathematischen Systemen
- Anwendungen
  - Robotik
  - Computergrafik
  - Computervision
- Ausblick

# Material Literatur



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- **“Foundations of Geometric Algebra Computing”**,
  - Dietmar Hildenbrand, Springer 2013
  - sieben Exemplare in der ULB und im Lernzentrum Informatik (jeweils auch Semesterapparat)



**“Introduction to Geometric Algebra Computing”**,  
Dietmar Hildenbrand, Taylor & Francis 2019



- **“Geometric Algebra with Applications in Engineering”**, Christian Perwass, Springer 2009
  - ein Exemplar im Semesterapparat (nicht ausleihbar, in ULB) elektronisch innerhalb des TUD-Netzes verfügbar.  
(<http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-89068-3>)
- Tutorial DAGM
  - [http://www.gaalop.de/dhilden\\_data/CLUScripts/gatpdf.pdf](http://www.gaalop.de/dhilden_data/CLUScripts/gatpdf.pdf)
- **“Geometric Computing”**, Eduardo Bayro-Corrochano, Springer 2010
- **“Geometric Algebra for Computer Graphics”**, John Vince
- **“Geometric Algebra: An Algebraic System for Computer Games and Animation”**, John Vince, auch als PDF auf Springer-Link
- ...

# Termine



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Termin	Themen
17.04.19	Einführung
24.04.19	
08.05.19	
15.05.19	
22.05.19	fällt aus (Workshop Brasilien)
29.05.19	
05.06.19	
19.06.19	Fällt aus (Computer Graphics International)
26.06.19	
03.07.19	
10.07.19	
17.07.19	

# Geometric Algebra Computing

## Übungen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Absprache individuelle Übungs-Themen
- Fragestunde zu Vorlesung und Übungen
- individuelle Aufgaben
  - Compiler-Optimierung (verschwindende Koeffizienten, Constraints...)
  - Berichte in Zeitschriften ...
  - Präsentation Zusammenfassungen von Anwendungs-Papers
  - Vergleich GAPPCO
  - GA-Implementierungen aus persönlichen Interessensbereichen
    - RayTracer
    - Robotik/Vision ...
    - ...
  - Verbesserung gajit (JIT Compiler für Python)
- mit Abschluß-Präsentation am Ende der Vorlesungszeit

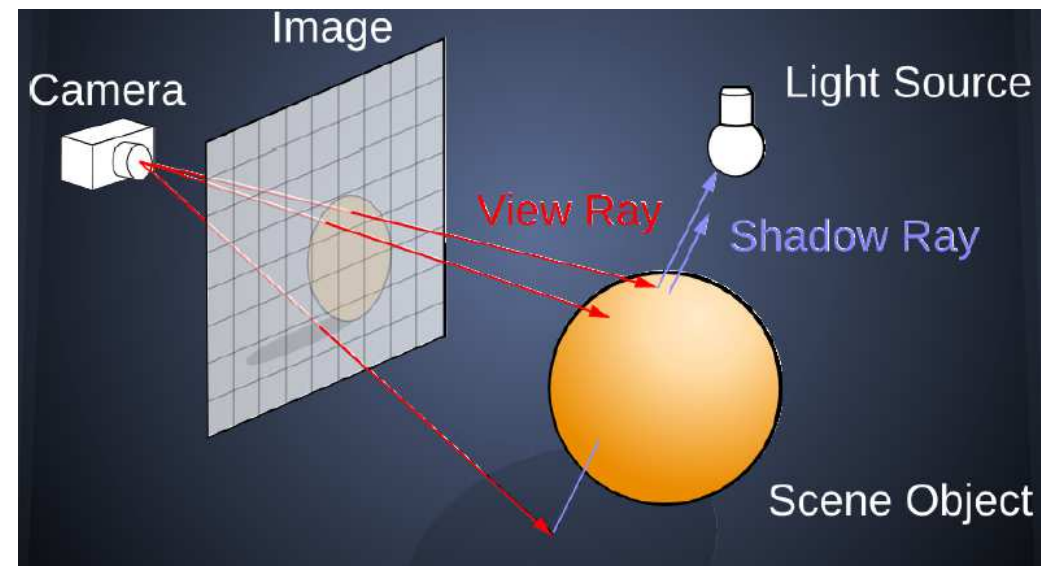
# Geometric Algebra Computing

## Übungen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Ray Tracer
  - Python/OpenCL/C++ AMP
  - Verbesserung der Algorithmen in Geometrischer Algebra
  - Performance-Untersuchungen
  - Paper für Computergraphik-Konferenz?
- ...



# Geometric Algebra Computing

## Übungen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- Welche Zeitschrift?
- Welches Thema?
- Wikipedia
- Facebook
- ...
- Google

- Bsp. Artikel in Elektronik-Praxis:

<http://www.elektronikpraxis.vogel.de/grundlagenwissen/articles/376044/>

## Direkt aus der geometrischen Anschauung heraus rechnen

29.08.12 | Redakteur: Martina Hafner



Buchautor Dietmar Hildenbrand: "Die geometrische Algebra kann auf der einen Seite sehr vorteilhaft in vielen Anwendungen wie Computergrafik, Robotik, Simulation etc. eingesetzt werden und ist auf der anderen Seite so einfach, dass man sie schon Schülern nahebringen kann"

Sehr viele Fragestellungen aus Naturwissenschaft und Technik haben einen geometrischen Hintergrund. Hat man eine geometrische Lösung eines Problems gefunden, muss man üblicherweise unterschiedlichste mathematische Vorgehensweisen zu Rate ziehen, um die einzelnen Schritte in mathematische Formeln zu fassen. Das geht jetzt einfacher.

Mit der geometrischen Algebra (GA) steht nun eine übergreifende Mathematik zur Verfügung, die es erlaubt, sehr direkt aus der geometrischen Anschauung heraus zu rechnen. So kann in geometrischer Algebra beispielsweise mit geometrischen Objekten wie Kugeln, Ebenen und

Kreisen sowie mit geometrischen Operationen wie Schnitten von verschiedenen Objekten oder Transformationen sehr einfach gerechnet werden.

<http://www.elektronikpraxis.vogel.de/grundlagenwissen/articles/376044/>



## Direkt aus der geometrischen Anschauung heraus rechnen

29.08.12 | Redakteur: Martina Hafner



Buchautor Dietmar Hildenbrand: "Die geometrische Algebra kann auf der einen Seite sehr vorteilhaft in vielen Anwendungen wie Computergrafik, Robotik, Simulation etc. eingesetzt werden und ist auf der anderen Seite so einfach, dass man sie schon Schülern nahebringen kann"

Sehr viele Fragestellungen aus Naturwissenschaft und Technik haben einen geometrischen Hintergrund. Hat man eine geometrische Lösung eines Problems gefunden, muss man üblicherweise unterschiedlichste mathematische Vorgehensweisen zu Rate ziehen, um die einzelnen Schritte in mathematische Formeln zu fassen. Das geht jetzt einfacher.

Mit der geometrischen Algebra (GA) steht nun eine übergreifende Mathematik zur Verfügung, die es erlaubt, sehr direkt aus der geometrischen Anschauung heraus zu rechnen. So kann in geometrischer Algebra beispielsweise mit geometrischen Objekten wie Kugeln, Ebenen und

Kreisen sowie mit geometrischen Operationen wie Schnitten von verschiedenen Objekten oder Transformationen sehr einfach gerechnet werden.

---

# Elektronik-Praxis 18/2012



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

## Erst seit wenigen Jahren erkennt man das Potenzial der geometrischen Algebra

Die Grundlagen der geometrischen Algebra wurden schon vor 150 Jahren von dem deutschen Mathematik-Lehrer Hermann Grassmann in seiner Ausdehnungslehre von 1862 gelegt. Seine Arbeiten fanden bei den Mathematikern der Zeit kaum Gehör. Erst in den letzten Jahren erkennt man das immense Potenzial der geometrischen Algebra für viele Bereiche des Engineering und der Naturwissenschaften.

Im Engineering gibt es aktuell hauptsächlich Anwendungen im Bereich von Computergrafik, Computer Vision und Robotik. In den Naturwissenschaften profitiert insbesondere die Physik von der GA als einer einfachen und allgemeinen mathematischen Sprache.

---

# Elektronik-Praxis 18/2012



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

## **Erst seit wenigen Jahren erkennt man das Potenzial der geometrischen Algebra**

Die Grundlagen der geometrischen Algebra wurden schon vor 150 Jahren von dem deutschen Mathematik-Lehrer Hermann Grassmann in seiner Ausdehnungslehre von 1862 gelegt. Seine Arbeiten fanden bei den Mathematikern der Zeit kaum Gehör. Erst in den letzten Jahren erkennt man das immense Potenzial der geometrischen Algebra für viele Bereiche des Engineering und der Naturwissenschaften.

Im Engineering gibt es aktuell hauptsächlich Anwendungen im Bereich von Computergrafik, Computer Vision und Robotik. In den Naturwissenschaften profitiert insbesondere die Physik von der GA als einer einfachen und allgemeinen mathematischen Sprache.



## Elegante mathematische Beschreibungen mit Parallelrechnern kombinieren

Aus Sicht der Informatik besonders interessant ist die Kombination der eleganten mathematischen Beschreibung der Algorithmen mit den aktuellen parallelen Rechnerarchitekturen. Der an der TU Darmstadt neu entwickelte Gaalop-Precompiler für C++ bzw. OpenCL zeichnet sich durch die Einfachheit und Kompaktheit der Algorithmen und sehr performante und robuste Implementierungen aus und bietet damit die Chance für einen breiten Einsatz dieser Technologie in vielen Bereichen des Engineering und der Technik.

Das englischsprachige Buch 'Foundations of Geometric Algebra Computing' von Dietmar Hildenbrand ist in drei Teilen organisiert: In Teil I werden die mathematischen Grundlagen beschrieben. In Teil II kann der Leser mit einem frei verfügbaren interaktiven und visuellen Tool eigene Erfahrung mit der geometrischen Algebra und ihren Anwendungen sammeln. Teil III behandelt den freien Precompiler, um geometrische Algebra in Standard-Programmiersprachen wie C++ und OpenCL zu integrieren.



## Elegante mathematische Beschreibungen mit Parallelrechnern kombinieren

Aus Sicht der Informatik besonders interessant ist die Kombination der eleganten mathematischen Beschreibung der Algorithmen mit den aktuellen parallelen Rechnerarchitekturen. Der an der TU Darmstadt neu entwickelte Gaalop-Precompiler für C++ bzw. OpenCL zeichnet sich durch die Einfachheit und Kompaktheit der Algorithmen und sehr performante und robuste Implementierungen aus und bietet damit die Chance für einen breiten Einsatz dieser Technologie in vielen Bereichen des Engineering und der Technik.

Das englischsprachige Buch 'Foundations of Geometric Algebra Computing' von Dietmar Hildenbrand ist in drei Teilen organisiert: In Teil I werden die mathematischen Grundlagen beschrieben. In Teil II kann der Leser mit einem frei verfügbaren interaktiven und visuellen Tool eigene Erfahrung mit der geometrischen Algebra und ihren Anwendungen sammeln. Teil III behandelt den freien Precompiler, um geometrische Algebra in Standard-Programmiersprachen wie C++ und OpenCL zu integrieren.

# Heise Developer Mai 2013



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT



**News Rubriken Blogs Podcast Szene Software FAQ-Liste**

Sprachen Architektur/Methoden Werkzeuge Know-how Standards Literatur

heise Developer > Rubriken > Werkzeuge > Geometrisches Programmieren leicht gemacht

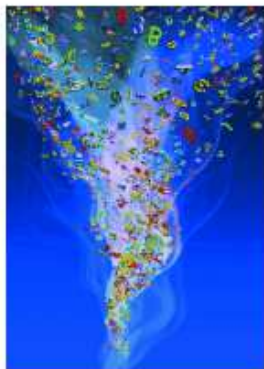
**Werkzeuge** 24.05.2013 - 13:52

Schlagwörter: Geometrie, OpenCL, C++, Mathematik, GPGPU

*Christian Steinmetz, Patrick Charrier, Dietmar Hildenbrand*

**Geometrisches Programmieren leicht gemacht**

**Grillen in C++**



Die Geometrische Algebra ermöglicht eine intuitive Formulierung geometrischer Probleme. Sie verspricht, Aufgaben aus Bereichen wie Grafik, Computer-Vision, Robotik und weiteren Wissenschafts- oder Ingenieursdisziplinen einfach zu lösen.

Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten, Geometrische Algebra in Programmiersprachen zu nutzen: die direkte Nachbildung der Operationen in Standard-Syntax [1] oder die Einbettung mit sogenannten domänenspezifischen Sprachen (DSLs). Letzteres bietet deutlich mehr Optimierungspotenzial als das direkte Nachbilden der Operationen in Standard-Syntax, die besonders in modernen GPU-orientierten Ansätzen (OpenCL, CUDA) schwierig und wenig performant wäre.

Artikelanfang

[Beispiel](#)

[Precompiler](#)

Fazit

<http://www.heise.de/developer/artikel/Geometrisches-Programmieren-leicht-gemacht-1867615.html>

---

# Geometric Algebra Computing

## Übungen



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

---

### ▪ Bonussystem

- zufriedenstellende Übungsleistung
  - Zulassung zur Prüfung
- gute Übungsleistung
  - 0.3 Notenbonus bei Prüfung
- sehr gute Übungsleistung
  - 0.7 Notenbonus bei Prüfung

---

# Geometric Algebra Computing

## Prüfung



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

---

## ▪ mündliche Prüfung

- Wann?
  - im Prüfungsanmeldezeitraum über TUCaN zu den Prüfungen anmelden.
  - bis zu einer Woche vor der Prüfung abmelden
- Bachelor & Master
  - Semestralleistung



---

# Kontakt



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

- 
- Dr. Dietmar Hildenbrand
    - [Dietmar.Hildenbrand@gmail.com](mailto:Dietmar.Hildenbrand@gmail.com)
    - Sprechstunde in der Veranstaltung

Sekretariat Prof. Koch:

- Frau Reimund S2 02 (Raum E103)
  - [reimund@esa.informatik.tu-darmstadt.de](mailto:reimund@esa.informatik.tu-darmstadt.de)



TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DARMSTADT

Vielen Dank ...